

10 класс**Второй день**

- 10.5. Известно, что клетчатый квадрат можно разрезать на n одинаковых фигурок из k клеток. Докажите, что его можно разрезать и на k одинаковых фигурок из n клеток.
- 10.6. Существует ли бесконечная последовательность натуральных чисел такая, что для любого натурального k сумма любых k идущих подряд членов этой последовательности делится на $k + 1$?
- 10.7. В остроугольном неравностороннем треугольнике ABC проведены медиана AM и высота AN . На прямых AB и AC отмечены точки Q и P соответственно так, что $QM \perp AC$ и $PM \perp AB$. Окружность, описанная около треугольника PMQ , пересекает прямую BC вторично в точке X . Докажите, что $BH = CX$.
- 10.8. У нумизмата есть 100 одинаковых по внешнему виду монет. Он знает, что среди них 30 настоящих и 70 фальшивых монет. Кроме того, он знает, что массы всех настоящих монет одинаковы, а массы всех фальшивых — разные, причём любая фальшивая монета тяжелее настоящей; однако точные массы монет неизвестны. Имеются двухчашечные весы без гирь, на которых можно за одно взвешивание сравнить массы двух групп, состоящих из одинакового числа монет. За какое наименьшее количество взвешиваний на этих весах нумизмат сможет гарантированно найти хотя бы одну настоящую монету?

10 класс**Второй день**

- 10.5. Известно, что клетчатый квадрат можно разрезать на n одинаковых фигурок из k клеток. Докажите, что его можно разрезать и на k одинаковых фигурок из n клеток.
- 10.6. Существует ли бесконечная последовательность натуральных чисел такая, что для любого натурального k сумма любых k идущих подряд членов этой последовательности делится на $k + 1$?
- 10.7. В остроугольном неравностороннем треугольнике ABC проведены медиана AM и высота AN . На прямых AB и AC отмечены точки Q и P соответственно так, что $QM \perp AC$ и $PM \perp AB$. Окружность, описанная около треугольника PMQ , пересекает прямую BC вторично в точке X . Докажите, что $BH = CX$.
- 10.8. У нумизмата есть 100 одинаковых по внешнему виду монет. Он знает, что среди них 30 настоящих и 70 фальшивых монет. Кроме того, он знает, что массы всех настоящих монет одинаковы, а массы всех фальшивых — разные, причём любая фальшивая монета тяжелее настоящей; однако точные массы монет неизвестны. Имеются двухчашечные весы без гирь, на которых можно за одно взвешивание сравнить массы двух групп, состоящих из одинакового числа монет. За какое наименьшее количество взвешиваний на этих весах нумизмат сможет гарантированно найти хотя бы одну настоящую монету?